

フィボナッチ数列でひもとく自然界の美について

那覇市立安岡中学校 1年 山田彩葉

フィボナッチ数列とよばれる数列を知っていますか？フィボナッチ数列は、自然界の様々なところに見出すことのできる身近な数列です。しかも、この数列を調べると、「人間が最も美しいと感じる」と言われている比、「黄金比」が現れるそうです。

自然の摂理から導き出された美の法則である、この「黄金比」は現在も私たちの生活に関わる様々な面に活用されているようです。「美しさ」を合理的に数字で表すことができるのは、面白い考え方だなと思い調べてみることにしました。

そもそもフィボナッチ数列とは？

ある規則に従って数字を並べたものを、数列といいます。

例えば、最初の数字が1で、次の数字が前の数字より2ずつ大きくなるように数字を並べると、
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, …
という数列ができます。

では、次の数列は、どのような規則にしたがって数が並んでいるでしょう。

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, ……

はじめの2つの数を除いたこの数列のそれぞれの数は、その1つ前の数と2つ前の数との和になっています。 $1=0+1$, $2=1+1$, $3=1+2$, $5=2+3$, $8=3+5$, …という具合です。

この数列がなぜ有名なのかというと、自然界の様々なところにこの数列を見出すことができるからなのだそうです。フィボナッチ数列は、1202年にイタリアの天才的数学者レオナルド＝フィボナッチ (Leonardo Fibonacci, 1170年頃 - 1250年頃) によって発見されました。

フィボナッチが考えたのは、つがいのウサギの増えかたについてです。

子ウサギのつがいは1ヶ月で大人のつがいになり、2ヶ月目から親ウサギになり、毎月つがいの子ウサギを産むとします。

この時、わかりやすく「子つがい」「大人つがい」、「親つがい」と分けて説明します。

子つがいAは、

1ヶ月後に「大人つがい」になります。

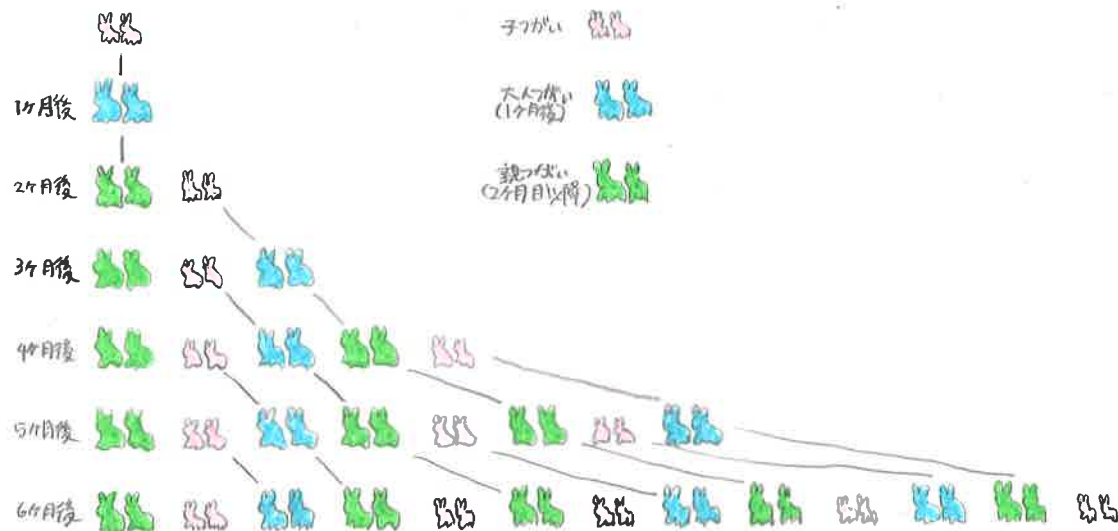
2ヶ月目に「親つがい」になり、「子つがい」を産みます。

3ヶ月目には「親つがい」はまた「子つがい」を産み、先月生まれた「子つがい」は「大人つがい」に長。

4ヶ月目には「親つがい」はさらに「子つがい」を産み、先月生まれた「子つがい」は「大人つがい」に成長。さらに先月「大人つがい」になったつがいは「親つがい」になり「子つがい」を産む。

というような感じに続いていきます。

こうしたルールに従うと、つがいの数が 1、1、2、3、5、8、13、21、34、55、89、144…と増えていき、フィボナッチ数列が現れます。どの数もその前の 2 つの数を足し合わせたものになっていることが分かります。



自然界に存在するフィボナッチ数列

この数列は自然界にも存在します。

自然界にあるフィボナッチ数列が当てはまる例

有名なところと言うと松ぼっくりがあります。松ぼっくりの「かさ」をよく観察してみると、右回りに 8 個ずつ、左回りに 5 個ずつ、または右回りに 5 個ずつ、左回りに 3 個ずつになっています。この (8, 5)、(5, 3) はフィボナッチ数です。



と、ひまわりの種の並び方にも当てはまると言われています。ひまわりの花をよく観察してみると、
コにある種は螺旋状に並んでおり、種の並び方は

に 21 列と右回りに 34 列

に 34 列と右回りに 55 列

に 55 列と右回りに 89 列

どれかになっていることが多くあります。

の (21, 34)、(34, 55)、(55, 89) もフィボナッチ数列です。

の枝の伸び方もフィボナッチ数列で説明できるとされています。

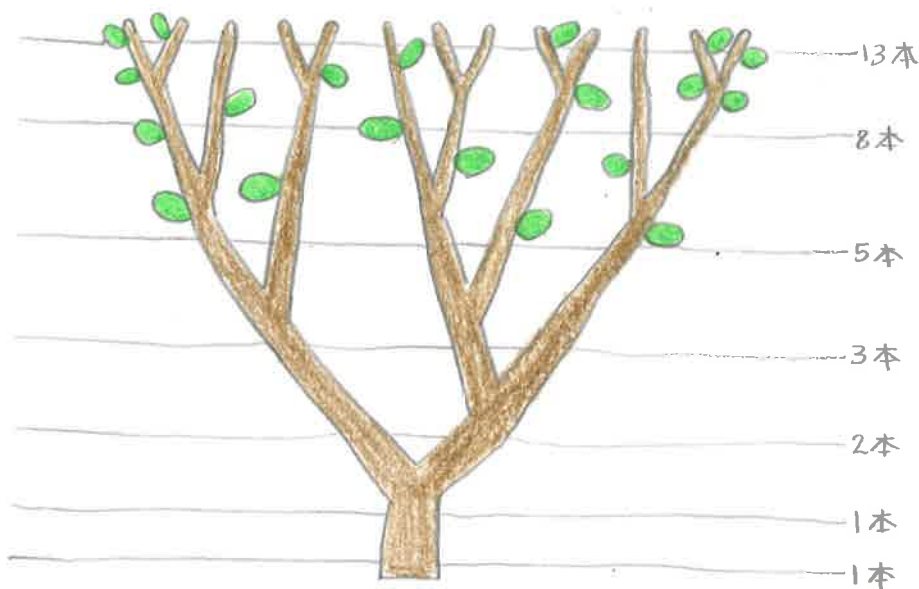
枝の伸び方は一般に次のルールで枝分かれすると考えられます。

ルール 1: 枝は成長期に 2 本に分かれる。

ルール 2: 枝が 2 本に分かれるとき、栄養は均等には配分されず、栄養の多い方、少ない方と偏りがある。

の多い方の枝は次の成長期に 2 本に分かれることができ、栄養の少ない方の枝は次の次の成長期に
分かれることができる。

の 2 つのルールに則って、枝分かれの様子を再現してみると次の図のようになります。各々の成長
における枝の本数は 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... となり、フィボナッチ数列そのものです。



と、様々な花の花びらにも当てはまるケースが多いです。例を挙げると、ソメイヨシノの花びらは 5
コスモスの花びらは 8 枚、マーガレットの花びらは 21 枚などがあります。

した自然界の数を拾い出していくと、5、8、13、21、34 の数列が導き出されます。

物はこの自然界の中で進化し、進化の過程によりもっとも安定して効率的な形になり、その形がフィ

ボナッチ数列の数となっているのではないかと私は考えました。

フィボナッチ数列の数学的な性質

このように、フィボナッチ数列は自然界に色々な形で顔を出しますが、数学的にも大変重要な数列で、興味深い性質がたくさんあります。

余りの周期数列

フィボナッチ数列の各項を2で割って、その余りを書き並べると、

0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, ...

となり、(0, 1, 1)という周期が次々にくりかえす周期数列になります。これを「周期3」の周期数列といいます。

同様に各項を3で割り、その余りを書き並べると、

0, 1, 1, 2, 0, 2, 2, 1, 0, 1, 1, 2, 0, 2, 2, 1, 0, 1, ...

となり、これは(0, 1, 1, 2, 0, 2, 2, 1)という周期をくりかえすので、「周期8」の周期数列です。

各項を11で割り、その余りを書き並べると、

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 2, 10, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 2, 10, 1, 0, ...

となり、これは(0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 2, 10, 1)という周期をくりかえすので「周期10」の周期数列です。

一般的に、フィボナッチ数列の各項を2以上の整数で割ってその余りを並べてできる数列は、周期数列であるという性質が成り立つのです。

フィボナッチ数列に見る黄金比について

フィボナッチ数列に登場する数字の55と89ですが、この比率は、1:1.618となります。

パルテノン神殿の高さと横幅、ピラミッドの高さと底辺の長さ、など歴史的建造物やアートなど、この比率は様々なところで取り入られています。また、誰もが知っているTwitterやappleのロゴにもこの黄金比が活用されているそうです。

人間が一番美しく、心地よい、また受け入れやすく覚えやすいプロポーションを形作ることができる比率なのではないかと思いました。

フィボナッチ数列で黄金比になる計算をしてみます。

1、1、2、3、5、8、13、21、34、55、89...の隣り合う2つの数を割っていきます。

89÷55の解が1.618の黄金比の値となります。

隣り合う2数を割る	1/1	2/1	3/2	8/5	13/8	21/13	34/21	89/55
割った計算	1	2	1.5	1.666	1.6	1.615	1.619	1.618...

黄金比率の長方形は正方形で区切ることができます。一番小さな正方形の1辺を1とすると、各正方形の辺の長さは、1、1、2、3、5、8、13、21…となり、下記の図のようになります。



各正方形の辺の長さを半径とした曲線をつなぎ合わせると綺麗な螺旋を描くことができます。また、2本の対角線を引き、赤の部分の角度を見ると、角度は等しくなります。

まとめ

上記の図の、美しい渦巻きのような螺旋は、オウムガイの渦巻きと同じ形なのだそうです。今回調べたことで、自然界の「自然な美」を数でひもとくことができ、そこには驚きの法則が隠されていることを知りました。無関係に見えた植物や生き物がルールに従って形取られていることが分かり衝撃的でした。意識して見てみると他にも発見がありそうなので、調べるだけでなく、自分の目でもっと発見してみたいと思いました。

また、私はメイクに興味があるのですが、黄金比をメイクに意識することで美人に見えるのではないかと考察してみたいと思いました。数学がこのように私たちの生活に密接に関わっていることを知ると、苦手意識があった数学の勉強についても意識が変わりました。

他にも当たり前に見ている身近なものに、私の知らない色々なルールがあるかもしれないので、常に観察する心を持っていたいと思いました。

参考文献

ビジュアル・ハーモニー 黄金比、フィボナッチ数列を取り入れた、世界のグラフィックデザイン事例集
ビー・エヌ・エヌ新社 SendPoints (著), 尾原 美保 (翻訳)

フィボナッチ: 自然の中にかくれた数を見つけた人 ジョセフ ダグニーズ (著), ジョン オブライエ
ン (イラスト), Joseph D'Agnese (原名), John O'Brien (原名), 渋谷 弘子 (翻訳)

波紋と螺旋とフィボナッチ (角川ソフィア文庫) 近藤 滋